第 4 講　点と直線

PART1　２直線の交点を通る直線

1　2 直線 $3x-2y+2=0$ …… ①，$2x+y-3=0$ …… ②の交点を通り，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1)　点 $(-2,\ 1)$ を通る

(2)　直線 $5x-y-6=0$ と平行

(3)　直線 $4x-y-1=0$ と垂直

Point Pickup

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は

$$y-y_1=m(x-x_1) \iff y=m(x-x_1)+y_1$$

2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ の交点を通る直線は

$$a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2)=0 \quad (k \text{ は実数})$$

2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ が

平行 $\iff m_1=m_2$

垂直 $\iff m_1m_2=-1$

2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ が

平行 $\iff a_1b_2-a_2b_1=0 \iff a_1:b_1=a_2:b_2$

垂直 $\iff a_1a_2+b_1b_2=0$

第 4 講　PART1　確認問題

2 直線

$5x-2y-6=0$ …… ①

$x+y-4=0$ …… ②

の交点を通り，次の条件を満たす直線の方程式を $y=ax+b$ とするとき，定数 a，b の値を求めよ。

1 点 $(1,\ -1)$ を通る

$a=$ [ア]，$b=$ [イウ]

2 直線 $3x+2y+3=0$ と平行

$a=\dfrac{[エオ]}{[カ]}$，$b=$ [キ]

3 直線 $2x-y+1=0$ と垂直

$a=\dfrac{[クケ]}{[コ]}$，$b=$ [サ]

第 4 講　点と直線

PART1　２直線の交点を通る直線

1　2 直線 $3x-2y+2=0$ …… ①，$2x+y-3=0$ …… ②の交点を通り，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1)　点 $(-2,\ 1)$ を通る

(2)　直線 $5x-y-6=0$ と平行

(3)　直線 $4x-y-1=0$ と垂直

2 直線 $3x-2y+2=0$ …… ①，$2x+y-3=0$ …… ② の交点の座標は，$\left(\frac{4}{7},\ \frac{13}{7}\right)$

(1)　2 点 $\left(\frac{4}{7},\ \frac{13}{7}\right)$，$(-2,\ 1)$ を通る直線の方程式は

$$y-1=\frac{\frac{13}{7}-1}{\frac{4}{7}-(-2)}\{x-(-2)\}\quad\text{より}\quad y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$$

(2)　直線 $5x-y-6=0$ の傾きは 5 であるから，求める直線の傾きも 5 である。

よって，求める直線の方程式は　$y=5\left(x-\frac{4}{7}\right)+\frac{13}{7}$　すなわち　$y=5x-1$

(3)　直線 $4x-y-1=0$ の傾きは 4 であるから，求める直線の傾きは $-\frac{1}{4}$

よって，求める直線の方程式は　$y=-\frac{1}{4}\left(x-\frac{4}{7}\right)+\frac{13}{7}$　すなわち　$y=-\frac{1}{4}x+2$

（別解）

2 直線 $3x-2y+2=0$ …… ①，$2x+y-3=0$ …… ② の交点を通る直線は，実数 k を用いて

$$3x-2y+2+k(2x+y-3)=0$$

と表され，これを x，y について整理すると

$$(2k+3)x+(k-2)y-3k+2=0 \text{ …… ③}$$

(1)　直線③が点 $(-2,\ 1)$ を通るので　$-6-6k=0$　　$k=-1$

これを③に代入して　$x-3y+5=0$

(2)　直線③が直線 $5x-y-6=0$ と平行であることから

$$(2k+3)\cdot(-1)-5\cdot(k-2)=0 \qquad k=1$$

これを③に代入して　$5x-y-1=0$

(3)　直線③が直線 $4x-y-1=0$ と垂直であることから

$$(2k+3)\cdot 4+(k-2)\cdot(-1)=0 \qquad k=-2$$

これを③に代入して　$x+4y-8=0$

第 4 講　PART1　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：3，**イウ**：−4

[解説]

2 直線

$$5x-2y-6=0 \cdots\cdots ①$$

$$x+y-4=0 \cdots\cdots ②$$

の交点の座標は　(2，2)

2 点 (2，2)，(1，−1) を通る直線の方程式は

$$y-(-1)=\frac{2-(-1)}{2-1}(x-1)$$ [A]

よって　$y=3x-4$

ゆえに　$\boldsymbol{a=3,\ b=-4}$

(別解)

2 直線①，②の交点を通る直線は，実数 k を用いて

$$5x-2y-6+k(x+y-4)=0 \cdots\cdots ③$$ [B]

と表される。

直線③が点 (1，−1) を通るから

$$5+2-6+k(1-1-4)=0$$

$$k=\frac{1}{4}$$

これを③に代入すると

$$5x-2y-6+\frac{1}{4}(x+y-4)=0$$

よって　$y=3x-4$

ゆえに　$\boldsymbol{a=3,\ b=-4}$

[A]　異なる 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式
$x_1 \neq x_2$ のとき

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$x_1=x_2$ のとき

$$x=x_1$$

[B]　2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ の交点を通る直線の方程式は

$$a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2)=0$$

(k は定数)

2 [正解] エオ：-3，カ：2，キ：5

[解説]

2 直線①，②の交点の座標は　$(2,\ 2)$

直線 $3x+2y+3=0$ の傾きは　$-\dfrac{3}{2}$

この直線と平行な直線の傾きも　$-\dfrac{3}{2}$ [C]

よって，求める直線の方程式は

$$y=-\frac{3}{2}(x-2)+2$$ [D]

すなわち　$y=-\dfrac{3}{2}x+5$

ゆえに　$\boldsymbol{a=-\dfrac{3}{2},\ b=5}$

(別解)

2 直線①，②の交点を通る直線は，実数 k を用いて

$$5x-2y-6+k(x+y-4)=0$$ [B]

と表される。これを x，y について整理すると

$$(k+5)x+(k-2)y-4k-6=0 \quad \cdots\cdots③$$

直線③が直線 $3x+2y+3=0$ と平行であるから

$$(k+5)\cdot2-(k-2)\cdot3=0$$ [E]

$$k=16$$

これを③に代入すると

$$21x+14y-64-6=0$$

よって　$y=-\dfrac{3}{2}x+5$

ゆえに　$\boldsymbol{a=-\dfrac{3}{2},\ b=5}$

[C]　2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ が
　平行 $\Longleftrightarrow m_1=m_2$

[D]　点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式
　$y-y_1=m(x-x_1)$
　$\Longleftrightarrow y=m(x-x_1)+y_1$

[E]　2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ が
　平行 $\Longleftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$

3 [正解] クケ：-1，コ：2，サ：3

[解説]

2 直線①，②の交点の座標は　$(2,\ 2)$

直線 $2x-y+1=0$ の傾きは　2

この直線と垂直な直線の傾きは　$-\dfrac{1}{2}$ [F]

よって，求める直線の方程式は

$$y=-\frac{1}{2}(x-2)+2$$ [D]

すなわち　$y=-\dfrac{1}{2}x+3$

ゆえに　$\boldsymbol{a=-\dfrac{1}{2},\ b=3}$

（別解）

2 直線①，②の交点を通る直線は，実数 k を用いて

$$5x-2y-6+k(x+y-4)=0$$ [B]

と表される。これを x，y について整理すると

$$(k+5)x+(k-2)y-4k-6=0 \quad \cdots\cdots③$$

直線③が直線 $2x-y+1=0$ と垂直であるから

$$(k+5)\cdot 2+(k-2)\cdot(-1)=0$$ [G]

$$k=-12$$

これを③に代入すると

$$-7x-14y+48-6=0$$

よって　$y=-\dfrac{1}{2}x+3$

ゆえに　$\boldsymbol{a=-\dfrac{1}{2},\ b=3}$

［F］ 2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ が
　垂直 $\Longleftrightarrow m_1m_2=-1$

［G］ 2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ が
　垂直 $\Longleftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=0$